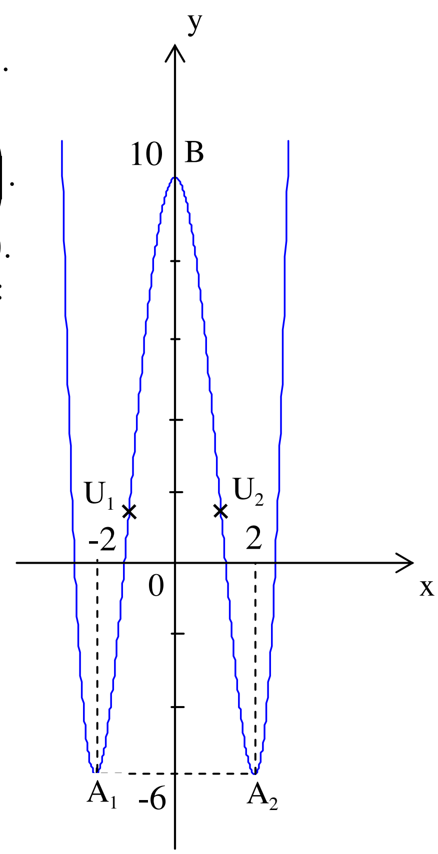
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002**

\-------------------------- **ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

MÔN TOÁN, KHỐI B

Câu	ý	Nội dung	ĐH	CĐ
I	**1**	Với $m=1$ ta có $y=x^4-8x^2+10$ là hàm chẵn $\Rightarrow$ đồ thị đối xứng qua Oy.	$\sum 1{,}0$ đ	$\sum 1{,}5$ đ
		Tập xác định $\forall\, x\in R$, $y'=4x^3-16x=4x(x^2-4)$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$ $y''=12x^2-16=12\left(x^2-\dfrac{4}{3}\right)$, $y''=0 \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. Bảng biến thiên:	0,25 đ	0,5 đ
		$\begin{array}{c\|cccccccc} x & -\infty & & -2 & -\frac{2}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{3}} & 2 & & +\infty \\ \hline y' & & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y'' & & & + & 0 & - & 0 & + & & \\ \hline y & +\infty & & \text{lõm} & \text{U} & 10 & \text{U} & \text{lõm} & & +\infty \\ & & & \text{CT} & & \text{CĐ} & & \text{CT} & & \\ & & & -6 & & \text{lồi} & & -6 & & \end{array}$	0,5 đ	0,5 đ
		Hai điểm cực tiểu : $A_1(-2;-6)$ và $A_2(2;-6)$. Một điểm cực đại: $B(0;10)$. Hai điểm uốn: $U_1\left(\dfrac{-2}{\sqrt{3}};\dfrac{10}{9}\right)$ và $U_2\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}};\dfrac{10}{9}\right)$. Giao điểm của đồ thị với trục tung là $B(0;10)$. Đồ thị cắt trục hoành tại 4 điểm có hoành độ: $x=\pm\sqrt{4+\sqrt{6}}$ và $x=\pm\sqrt{4-\sqrt{6}}$.  ***(Thí sinh có thể lập 2 bảng biến thiên)***	0,25 đ	0,5 đ

I	2	$y' = 4mx^3 + 2(m^2-9)x = 2x(2mx^2+m^2-9)$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2mx^2+m^2-9=0 \end{array}\right.$ Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt (khi đó y' đổi dấu khi qua các nghiệm) $\Leftrightarrow$ phương trình $2mx^2+m^2-9=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0. $2mx^2+m^2-9=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ x^2 = \dfrac{9-m^2}{2m} \end{cases}$. Phương trình $2mx^2+m^2-9=0$ có 2 nghiệm khác $0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ 0<m<3. \end{array}\right.$ Vậy hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ 0<m<3. \end{array}\right.$	$\sum$1,0 **đ** 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ	$\sum$1,0 **đ** 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ
II	1	$\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$ $\Leftrightarrow \dfrac{1-\cos 6x}{2} - \dfrac{1+\cos 8x}{2} = \dfrac{1-\cos 10x}{2} - \dfrac{1+\cos 12x}{2}$ $\Leftrightarrow (\cos 12x + \cos 10x) - (\cos 8x + \cos 6x) = 0$ $\Leftrightarrow \cos x(\cos 11x - \cos 7x) = 0$ $\Leftrightarrow \cos x \sin 9x \sin 2x = 0$ $\Leftrightarrow \sin 9x \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{k\pi}{9} \\ x = \dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right. \quad k \in Z.$ **<u>Chú ý:</u>** Thí sinh có thể sử dụng các cách biến đổi khác để đưa về phương trình tích.	$\sum$1,0 **đ** 0,25 đ 0,25 đ 0,5 đ	$\sum$1,0 **đ** 0,25 đ 0,25 đ 0,5 đ
	2	$\log_x(\log_3(9^x-72)) \leq 1 \quad (1).$ Điều kiện: $\begin{cases} x>0, x\neq 1 \\ 9^x-72>0 \\ \log_3(9^x-72)>0 \end{cases} \Leftrightarrow 9^x-72>1 \Leftrightarrow x>\log_9 73 \quad (2).$ Do $x > \log_9 73 > 1$ nên $(1) \Leftrightarrow \log_3(9^x-72) \leq x$ $\Leftrightarrow 9^x - 72 \leq 3^x \Leftrightarrow (3^x)^2 - 3^x - 72 \leq 0 \quad (3).$ Đặt $t=3^x$ thì (3) trở thành $t^2 - t - 72 \leq 0 \Leftrightarrow -8 \leq t \leq 9 \Leftrightarrow -8 \leq 3^x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 2$. Kết hợp với điều kiện (2) ta được nghiệm của bất phương trình là: $\log_9 73 < x \leq 2$.	$\sum$1,0 **đ** 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ	$\sum$1,0 **đ** 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ

<table>
<tr>
<td></td>
<td>3</td>
<td>

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x-y} = \sqrt{x-y} & (1) \\ x+y = \sqrt{x+y+2} & (2). \end{cases} \quad \text{Điều kiện: } \begin{cases} x-y \geq 0 \\ x+y \geq 0. \end{cases} \quad (3)$$

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt[3]{x-y}\left(1-\sqrt[6]{x-y}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x = y+1. \end{array}\right.$$

Thay $x = y$ vào (2), giải ra ta được $x = y = 1$.

Thay $x = y+1$ vào (2), giải ra ta có: $x = \dfrac{3}{2}, y = \dfrac{1}{2}$.

Kết hợp với điều kiện (3) hệ phương trình có 2 nghiệm:

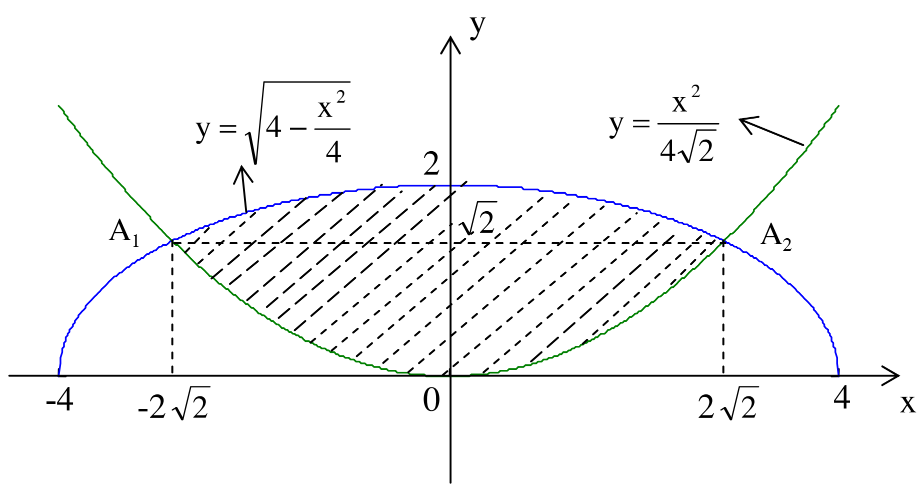
$$x = 1, y = 1 \quad \text{và} \quad x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$$

<u>Chú ý:</u>

Thí sinh có thể nâng hai vế của (1) lên luỹ thừa bậc 6 để di đến kết quả:

$$\left[\begin{array}{l} x = y \\ x = y+1. \end{array}\right.$$

</td>
<td>$\sum 1{,}0$ đ
0,25 đ
0,25 đ
0,25 đ
0,25 đ</td>
<td>$\sum 1{,}0$ đ
0,25 đ
0,25 đ
0,25 đ
0,25 đ</td>
</tr>
<tr>
<td>III</td>
<td></td>
<td>



Tìm giao điểm của hai đường cong $y = \sqrt{4-\dfrac{x^2}{4}}$ và $y = \dfrac{x^2}{4\sqrt{2}}$:

$$\sqrt{4-\frac{x^2}{4}} = \frac{x^2}{4\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{x^4}{32} + \frac{x^2}{4} - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{8}.$$

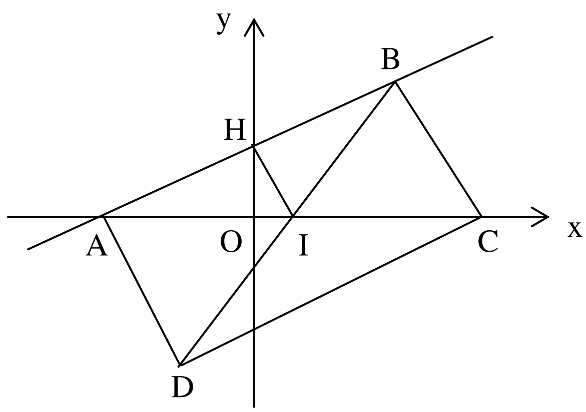
Trên $\left[-\sqrt{8};\sqrt{8}\right]$ ta có $\dfrac{x^2}{4\sqrt{2}} \leq \sqrt{4-\dfrac{x^2}{4}}$ và do hình đối xứng qua trục tung

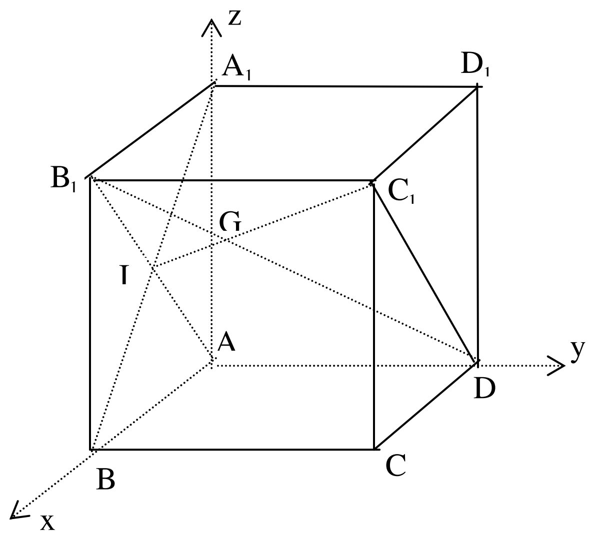
nên $S = 2\displaystyle\int_0^{\sqrt{8}}\left(\sqrt{4-\frac{x^2}{4}} - \frac{x^2}{4\sqrt{2}}\right)dx = \int_0^{\sqrt{8}}\sqrt{16-x^2}\,dx - \frac{1}{2\sqrt{2}}\int_0^{\sqrt{8}} x^2 dx = S_1 - S_2.$

Để tính S_1 ta dùng phép đổi biến $x = 4\sin t$, khi $0 \leq t \leq \dfrac{\pi}{4}$ thì $0 \leq x \leq \sqrt{8}$.

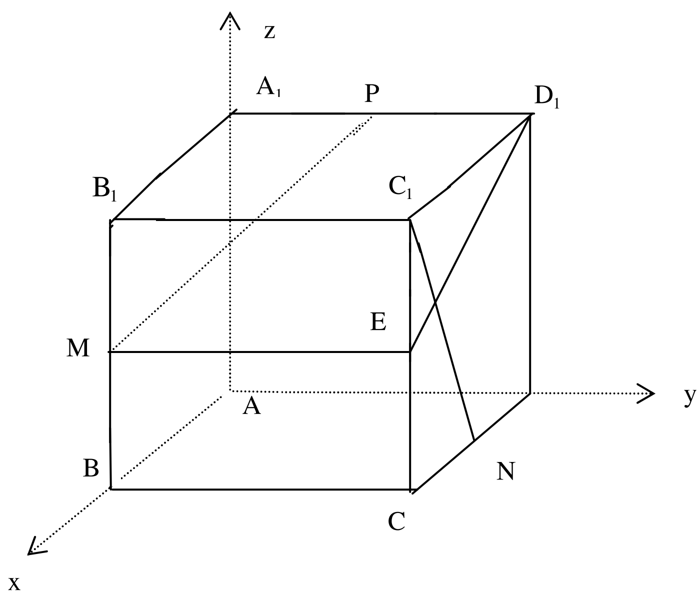
$dx = 4\cos t dt$ và $\cos t > 0 \quad \forall \quad t \in \left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$. Do đó

</td>
<td>$\sum 1{,}0$ đ
0,25 đ
0,25 đ</td>
<td>$\sum 1{,}5$ đ
0,5 đ
0,25 đ</td>
</tr>
</table>

		$S_1 = \int_0^{\sqrt{8}} \sqrt{16 - x^2}\,dx = 16\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt = 8\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt = 2\pi + 4$. $S_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{8}} x^2 dx = \frac{1}{6\sqrt{2}} x^3 \Big\vert_0^{\sqrt{8}} = \frac{8}{3}$. Vậy $S = S_1 - S_2 = 2\pi + \frac{4}{3}$. **<u>Chú ý</u>**: Thí sinh có thể tính diện tích $S = \int_{-\sqrt{8}}^{\sqrt{8}} \left(\sqrt{4 - \frac{x^2}{4}} - \frac{x^2}{4\sqrt{2}} \right) dx$.	0,25 đ 0,25 đ	0,5 đ 0,25 đ
IV	**1**	 Khoảng cách từ I đến đường thẳng AB bằng $\frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow AD = \sqrt{5}$ và $IA = IB = \frac{5}{2}$. Do đó A, B là các giao điểm của đường thẳng AB với đường tròn tâm I và bán kính $R = \frac{5}{2}$. Vậy tọa độ A, B là nghiệm của hệ : $\begin{cases} x - 2y + 2 = 0 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \end{cases}$ Giải hệ ta được $A(-2;0), B(2;2)$ (vì $x_A < 0$) $\Rightarrow C(3;0), D(-1;-2)$. **<u>Chú ý</u>**: Thí sinh có thể tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của I trên đường thẳng AB. Sau đó tìm A, B là giao điểm của đường tròn tâm H bán kính HA với đường thẳng AB.	$\sum 1{,}0$ **đ** 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ	$\sum 1{,}5$ **đ** 0,25 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,25 đ

IV	**2a)**	Tìm khoảng cách giữa A_1B và B_1D.	$\sum$1,0 **đ**	$\sum$1,5 **đ**
			0,25 đ	0,25 đ
		<u>Cách I</u>. Chọn hệ tọa độ Đêcac vuông góc $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;a;0), A_1(0;0;a) \Rightarrow C(a;a;0); B_1(a;0;a); C_1(a;a;a), D_1(0;a;a)$	0,25 đ	0,5 đ
		$\Rightarrow \overrightarrow{A_1B} = (a;0;-a), \overrightarrow{B_1D} = (-a;a;-a), \overrightarrow{A_1B_1} = (a;0;0)$ và $\left[\overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{B_1D}\right] = (a^2;2a^2;a^2)$.	0,25 đ	0,25 đ
		Vậy $\quad d(A_1B, B_1D) = \dfrac{\left\|\left[\overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{B_1D}\right]\overrightarrow{A_1B_1}\right\|}{\left\|\left[\overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{B_1D}\right]\right\|} = \dfrac{a^3}{a^2\sqrt{6}} = \dfrac{a}{\sqrt{6}}$.	0,25 đ	0,5 đ
		<u>Cách II.</u> $\left.\begin{matrix} A_1B \perp AB_1 \\ A_1B \perp AD \end{matrix}\right\} \Rightarrow A_1B \perp (AB_1C_1D) \Rightarrow A_1B \perp B_1D$. Tương tự $\quad A_1C_1 \perp B_1D \Rightarrow B_1D \perp (A_1BC_1)$.	0,25 đ	0,25 đ
		Gọi $G = B_1D \cap (A_1BC_1)$. Do $B_1A_1 = B_1B = B_1C_1 = a$ nên $GA_1 = GB = GC_1 \Rightarrow G$ là tâm tam giác đều A_1BC_1 có cạnh bằng $a\sqrt{2}$.	0,25 đ	0,5 đ
		Gọi I là trung điểm của A_1B thì IG là đường vuông góc chung của A_1B và B_1D, nên $\quad d(A_1B, B_1D) = IG = \dfrac{1}{3}C_1I = \dfrac{1}{3}A_1B\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a}{\sqrt{6}}$.	0,25 đ	0,5 đ
		<u>Chú ý:</u> Thí sinh có thể viết phương trình mặt phẳng (P) chứa A_1B và song song với B_1D là: $x + 2y + z - a = 0$ và tính khoảng cách từ B_1 (hoặc từ D) tới (P), hoặc viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa B_1D và song song với A_1B là: $x + 2y + z - 2a = 0$ và tính khoảng cách từ A_1 (hoặc từ B) tới (Q).		

	2b)	<u>**Cách I.**</u>	$\sum 1{,}0$ **đ**	
		Từ <u>***Cách I***</u> của 2a) ta tìm được $M\left(a;0;\frac{a}{2}\right), N\left(\frac{a}{2};a;0\right), P\left(0;\frac{a}{2};a\right)$	0,25 đ	
		$\Rightarrow \overrightarrow{MP}=\left(-a;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right), \overrightarrow{NC_1}=\left(\frac{a}{2};0;a\right) \Rightarrow \overrightarrow{MP}.\overrightarrow{NC_1}=0$.	0,5 đ	
		Vậy $MP \perp C_1N$.	0,25 đ	



			0,25 đ	
		Gọi E là trung điểm của CC_1 thì $ME \perp (CDD_1C_1) \Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của MP trên (CDD_1C_1) là ED_1. Ta có	0,25 đ	
		$\Delta C_1CN = \Delta D_1C_1E \Rightarrow C_1D_1E = CC_1N = 90^0 - D_1C_1N \Rightarrow D_1E \perp C_1N$. Từ đây	0,25 đ	
		theo định lý ba đường vuông góc ta có $MP \perp C_1N$.	0,25 đ	
V			$\sum 1{,}0$ **đ**	
		Số tam giác có các đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, \cdots, A_{2n}$ là C_{2n}^3.	0,25 đ	
		Gọi đường chéo của đa giác đều $A_1A_2\cdots A_{2n}$ đi qua tâm đường tròn (O) là đường chéo lớn thì đa giác đã cho có n đường chéo lớn.		
		Mỗi hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, \cdots, A_{2n}$ có các đường chéo là hai đường chéo lớn. Ngược lại, với mỗi cặp đường chéo lớn ta có các đầu mút của chúng là 4 đỉnh của một hình chữ nhật. Vậy số hình chữ nhật nói trên bằng số cặp đường chéo lớn của đa giác $A_1A_2\cdots A_{2n}$ tức C_n^2.	0,25 đ	
		Theo giả thiết thì:		

		$C_{2n}^3 = 20C_n^2 \Leftrightarrow \frac{(2n)!}{3!(2n-3)!} = 20\frac{n!}{2!(n-2)!} \Leftrightarrow \frac{2n.(2n-1)(2n-2)}{6} = 20\frac{n(n-1)}{2}$ $\Leftrightarrow 2n-1 = 15 \Leftrightarrow n = 8$. **<u>Chú ý:</u>** Thí sinh có thể tìm số hình chữ nhật bằng các cách khác. Nếu lý luận đúng để đi đến kết quả số hình chữ nhật là $\frac{n(n-1)}{2}$ thì cho điểm tối đa phần này.	0,5 đ	